MINISTERUL EDUCAŢIEI NAȚIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI BACĂU
COLEGIUL NAŢIONAL „FERDINAND I” BACĂU

Concursul Naţional de Matematică şi Fizică „Vrănceanu – Procopiu”

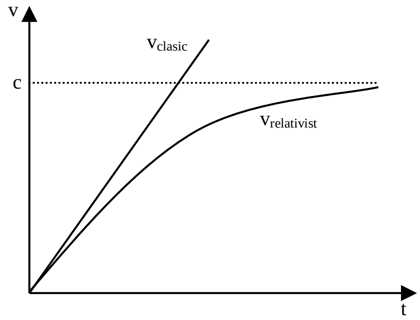
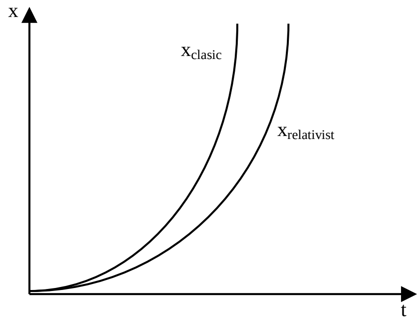
28 noiembrie 2015

FIZICĂ

BAREM ŞI REZOLVARE

XII

Problema I. **De la nave spaţiale la.... particule elementare.**			**Punctaj**
1.	Coordonatele spaţio-temporale ale evenimentelor ce au loc la trecerea navelor una pe lângă cealaltă, în raport cu racheta R_1: Ev.1-întâlnirea vârfurilor celor două rachete V_1 şi V_2: $x_1^{(1)} = 0$; $t_1^{(1)} = 0$; Ev.2-trecerea cozii C_2 prin dreptul vârfului V_1: $x_1^{(2)} = 0$; $t_1^{(2)} = \frac{l_0}{u\gamma}$; Ev.3-lansarea pachetului de pe racheta R_1, din C_1: $x_1^{(3)} = -l_0$; $t_1^{(3)} = \frac{l_0}{u\gamma}$; Ev.4-trecerea vârfului V_2 prin dreptul cozii C_1: $x_1^{(4)} = -l_0$; $t_1^{(4)} = \frac{l_0}{u}$; Ev.5-trecerea cozii C_2 prin dreptul cozii C_1: $x_1^{(5)} = -l_0$; $t_1^{(5)} = \frac{l_0}{u} + \frac{l_0}{u\gamma}$. Notaţie: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.	1p	**3 puncte**
	Pentru trecerea de la coordonatele raportate la racheta R_1, la coordonatele raportate la racheta R_2 se utilizează transformările Lorentz: $x_2 = \gamma\left(x_1 + u t_1\right)$ şi $t_2 = \gamma\left(t_1 + u x_1 / c^2\right)$.	0,5p	
	Coordonatele spaţio-temporale ale evenimentelor ce au loc la trecerea navelor una pe lângă cealaltă, în raport cu racheta R_2: Ev.1-întâlnirea vârfurilor celor două rachete V_1 şi V_2: $x_2^{(1)} = 0$; $t_2^{(1)} = 0$; Ev.2-trecerea cozii C_2 prin dreptul vârfului V_1: $x_2^{(2)} = l_0$; $t_2^{(2)} = \frac{l_0}{u}$; Ev.3-lansarea pachetului de pe racheta R_1, din C_1: $x_2^{(3)} = l_0 - \gamma l_0$; $t_2^{(3)} = \frac{l_0}{u} - \frac{\gamma u l_0}{c^2}$; Ev.4-trecerea vârfului V_2 prin dreptul cozii C_1: $x_2^{(4)} = 0$; $t_2^{(4)} = \frac{l_0}{u\gamma}$; Ev.5-trecerea cozii C_2 prin dreptul cozii C_1: $x_2^{(5)} = l_0$; $t_2^{(5)} = \frac{l_0}{u} + \frac{l_0}{u\gamma}$.	1p	
	Se compară momentul $t_2^{(3)} = \frac{l_0}{u} - \frac{\gamma u l_0}{c^2}$ cu $t_2^{(4)} = \frac{l_0}{u\gamma}$ şi se demonstrează că $t_2^{(3)}$ este mai mic decât $t_2^{(4)}$. Astfel, pachetul nu va ajunge pe racheta R_2. În concluzie, chiar dacă în sistemul legat de racheta R_1, evenimentele 2 şi 3 sunt simultane, în sistemul legat de racheta R_2 aceste evenimente nu mai sunt simultane, evenimentul 3 având loc înaintea evenimentului 2.	0,5p	

2.a.	Considerăm deplasarea particulei pe axa Ox, la momentul iniţial aflându-se în echilibru în originea axei. Aplicând relaţiile: $F = \frac{dp}{dt}$; $p = mv$; $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$; $a = \frac{dv}{dt}$ se obţine expresia $a = \frac{F}{m_0}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$. Integrând ecuaţia: $\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot dv = \frac{F}{m_0}dt$ se obtine expresia vitezei particulei relativiste: $$v_{relativist} = \frac{Ft}{m_0\sqrt{1+\frac{F^2 \cdot t^2}{m_0^2 \cdot c^2}}}$$	1p	5 puncte
	Particularizând pentru cazul clasic, se obţine: $$v_{clasic} = \frac{F \cdot t}{m_0}$$	0,5p	
	Reprezentarea grafică:  	1p	
	Integrând ecuaţia: $\frac{dx}{dt} = \frac{Ft}{m_0\sqrt{1+\frac{F^2 \cdot t^2}{m_0^2 \cdot c^2}}}$, se obţine relaţia: $$x_{relativist} = \frac{m_0 \cdot c^2}{F}\left(\sqrt{1+\frac{F^2 \cdot t^2}{m_0^2 \cdot c^2}} - 1\right)$$	1p	
	Particularizând pentru cazul clasic şi utilizând aproximaţia: $\sqrt{1+x^2} \cong 1 + \frac{1}{2}x^2$, când $x \ll 1$, se obţine relaţia: $$x_{clasic} = \frac{F \cdot t^2}{2m_0}$$	0,5p	
	Reprezentarea grafică:  	1p	

2.b	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$	0,5p	
	$\frac{dm}{dt} = \frac{mv}{c^2 - v^2}\cdot\frac{dv}{dt}$; $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$	0,5p	
	Combinând relaţiile anterioare se obţine: $\vec{F} = m\left(\vec{a}_t + \vec{a}_n\right) + \frac{mv^2}{c^2 - v^2}\vec{a}_t$	0,5p	
	$\vec{F_n} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\frac{v^2}{R}\cdot\vec{n}\vec{F_t} = \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{dv}{dt}\cdot\vec{\tau}$	0,5p	
Total Problema I. De la nave spaţiale la.... particule elementare.			**10 puncte**

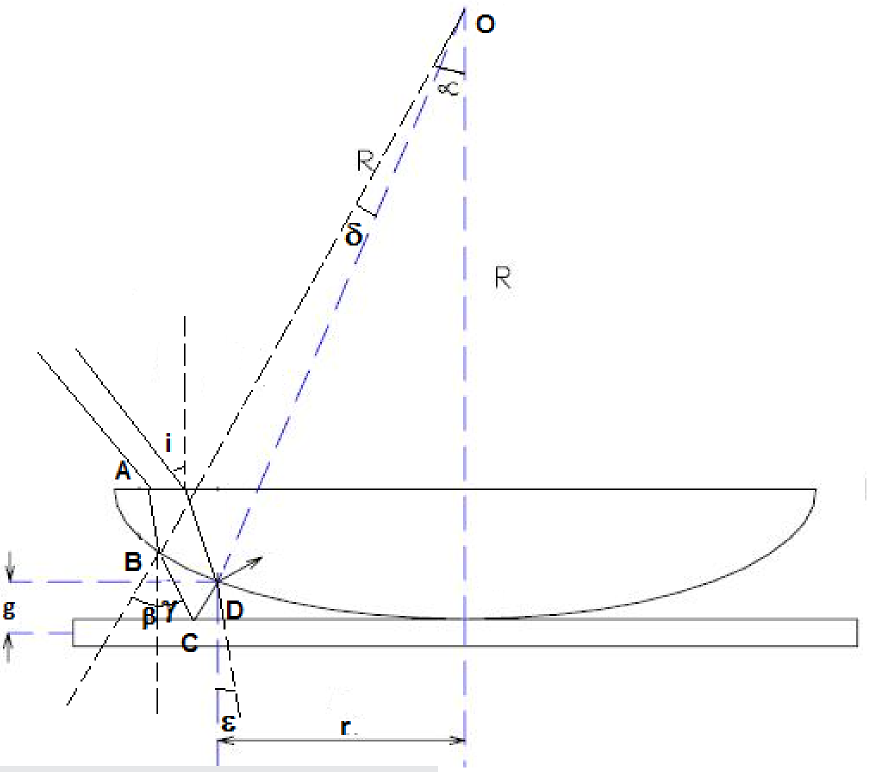
Problema II. **Interferenţă şi piese optice**			***Punctaj***
1.a.	După cum se constată din figură (reprezentand sectiunea piesei studiate cu un plan paralel cu normalele feţelor plane analizate), diferenţa de drum optic a razelor reflectată în A, respectiv emergentă din A după reflexia în C este : *Δδ = n(CD + AC)*, unde: $AC = \frac{g}{cos\alpha}, CD = AC\cos = g\cdot\frac{\cos 2\alpha}{cos\alpha}$	1p	**2 puncte**
	Rezultă: $$\Delta\boldsymbol{\delta} = \frac{\boldsymbol{ng}}{\boldsymbol{cos\alpha}}\cdot(\mathbf{1} + \boldsymbol{cos2\alpha}) = \mathbf{2}\boldsymbol{ngcos\alpha} \approx \mathbf{2}\boldsymbol{ng}$$ Deoarece $\propto \ll \mathbf{1}$ 1radian; dacă g_{m-1} şi g_m sunt grosimile piesei corespunzătoare franjelor întunecate de ordinele *m*-1 şi *m*, deci: $2ng_{m-1} = (2m-1)\frac{\lambda_0}{2}$; $2ng_m = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$. Rezultă**:** $$\boldsymbol{g_m - g_{m-1}} = \frac{\boldsymbol{\lambda_0}}{\mathbf{2}\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{2}} = \Delta\boldsymbol{lsin\alpha} \approx \Delta\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{\alpha}$$ În final, obţinem: $$\propto \approx \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\mathbf{2}\Delta\boldsymbol{l}} = \mathbf{6}\cdot\mathbf{10^{-4}} \approx \mathbf{2'4''}$$	1p	
1.b.	Valoarea $\Delta\lambda$ a lărgimii intervalului spectral $\lambda_0, \lambda_0 + \Delta\lambda$ pentru care maximul principal de ordinul m al componentei $\lambda_0 + \Delta\lambda$ se suprapune cu maximul principal de ordinul $m+1$ al componentei λ_0, rezultă din condiţia $m\left(\lambda_0 + \Delta\lambda\right) = (m+1)\lambda_0$, de unde: $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{m}$. Se obţine astfel: $G ; \frac{\lambda_0}{m} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_0^2}{2ng} ;\ 0,024nm$. În concluzie, pentru a observa franjele de interferenţă cu ajutorul dispozitivului descris, este necesar ca lărgimea $\Delta\lambda$ a intervalului în care se situează radiaţiile	1p	**1punct**

incidente să fie destul de redusă: $\Delta\lambda < 0,024nm$.

2.a.

Ţinând seama de simetria prezentată de franjele de interferenţă (în acest caz, circulare), vom presupune că suprafaţa studiată a piesei optice prezintă – în zona contactului cu lama cu feţe plane şi paralele – o curbură sferică de raza R; dacă raza r a calotei sferice satisface relaţia $\frac{r}{R} = \sin\alpha \ll 1$, atunci grosimea g a stratului de aer dintre calotă şi placa cu feţe plane şi paralele va fi: — 1p

$$g = \frac{r^2}{2R-g} \approx \frac{r^2}{2R}\text{, } deci\ \sqrt{\frac{g}{R}} \approx \frac{r}{R\sqrt{2}} \ll 1$$



Din figură şi legea refracţiei, rezultă:

$$\gamma = \beta - \alpha = \arcsin[n\sin(r+\alpha)] - \alpha$$

— 1p

De unde, utilizând teorema creşterilor finite:

$$[f(b) = f(a) + f'(c)\cdot(b-a)],$$

$$unde\ c\ \approx a, daca\ b \approx a$$

$$\gamma \approx i + \frac{n\cdot\cos r}{\sqrt{1-n^2\sin^2 r\,1}}\cdot\alpha - \alpha \approx i$$

Deoarece, $g_B \approx \frac{1}{2R}r_B^2$, avem:

$$g_D \approx \frac{\sqrt{(2Rg_B - g_B tg\ i - g_D tg\ i)^2}}{2R} \approx g_B - \frac{\sqrt{2Rg_B}}{R}(g_B + g_D)tg\ i$$

— 0,5p

5,5 puncte

	$$g_D = g_B\left(1-\sqrt{\frac{2g_B}{R}}\,tg\, i\right)\left(1+\sqrt{\frac{2g_B}{R}}\,tg\, i\right)^{-1} \approx g_B\left(1-2\sqrt{\frac{2g_B}{R}}\,tg\, i\right)$$ Întrucât: $$g_B \gg g_B\cdot 2\sqrt{\frac{2g_B}{R}}\,tg\, i \approx g_B - g_D = R[\cos(\alpha-\delta)-\cos\alpha] \approx R\sin\alpha\cdot\delta$$ rezultă că $\delta \ll 1$ radian, iar $\varepsilon = 2[\gamma-(\alpha-\delta)]-\gamma = \gamma - 2(\alpha-\delta) \approx i$. Rezultă că raza incidentă în D este practic paralelă cu raza incidentă în B şi întrucât $g_D \approx g_B$, diferenţa de drum optic între razele incidente în D după reflexia în C, respectiv direct, va putea fi aproximată cu precizie de formula corespunzatoare lamei cu feţe plane şi paralele: $$\Delta\delta = \Delta\delta_p + \Delta\delta_r \approx 2ng\cos i + \frac{\lambda_0}{2}$$ În cazul inelului întunecat de ordinul m: $$\Delta\delta = \frac{(2m+1)\lambda_0}{2}$$ Deci $m\lambda_0 \approx 2ng_m\cos i \approx n\frac{r_m^2}{R}\cos i$ de unde $r_m = \sqrt{\frac{m\lambda_0 R}{n\cos i}}$	0,5p 1p 1p	
2.b.	$$R \approx \frac{r_m^2}{m\lambda}\cos i \approx 8{,}66\ m$$	1p	**1 puncte**
2.c.	Raza incidentă în B suferă, în lumina transmisă, două reflexii suplimentare faţă de raza incidentă în D, deci: $\Delta\delta_r = 0$ şi $\Delta\delta \approx 2ng\cos i$. Rezultă că în centrul inelelor lui Newton va fi acum un maxim de iluminare, spre deosebire de figura de interferenţă observată în lumină reflectată, care prezintă în centrul inelelor lui Newton o pată întunecată.	1p	**1 punct**
Total *Problema 2.* Interferenţă şi piese optice			**10 puncte**